Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des explications entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Toute réponse devra être justifiée.

Mise en oeuvre d'un amplificateur de transconductance intégré : le LM 13700

Ce circuit permet la réalisation de nombreuses fonctions de l'électronique analogique linéaire et non linéaire.

On se propose de réaliser à l'aide de ce circuit intégré :

- un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est contrôlable par un courant.
- un oscillateur sinusoïdal modulable en fréquence par un courant.

Ces trois études sont indépendantes et se réfèrent à l'introduction suivante :

Introduction Le circuit sera représenté comme sur la figure 1, page7.

Propriétés : - En boucle ouverte et en réaction négative le circuit peut fonctionner en régime linéaire. Pour ce régime :

$\boxed{i_S = g\,u_D}$ (1) avec $\boxed{g = 19{,}3\,I_P}$ (2) $I_P > 0$, g en siemens et I_P en ampères.

Ces expressions sont valables en statique et en régime sinusoïdal jusqu'à des fréquences de l'ordre de 100 kHz.

- Pour une alimentation symétrique $\mp$ 15 V du circuit LM 13700, la ddp V_{AM} est constante et vaut − 13,6 V.

$\boxed{V_{AM} = -13{,}6\text{ V}}$ valable pour tout le problème.

I Réalisation d'un filtre dont la fréquence de coupure est contrôlable par un courant.

Voir figure 2

Hypothèses :

- Pour le circuit LM13700, les courants d'entrée i^+ et i^- sont nuls.
- v_E, u_D, i_S, v_S sont des fonctions sinusoïdales du temps de pulsation ω. $\underline{V}_E$, $\underline{U}_D$, $\underline{I}_S$, $\underline{V}_S$ sont les nombres complexes qui leur sont associés.
- L'amplificateur A_0 est un amplificateur opérationnel fonctionnant en régime linéaire. On le supposera idéal (ce qui implique notamment l'égalité $\varepsilon = 0$).

Questions :

1 Exprimez $\underline{I}_S$ en fonction de $\underline{V}_S$, C, ω.

2 Exprimez $\underline{U}_D$ en fonction de $\underline{V}_E$, $\underline{V}_S$, r, R.

3 En vous aidant de l'expression (1) donnée en introduction et des deux résultats précédents, donnez la relation liant $\underline{V}_S$ et $\underline{V}_E$.

4 On considère la transmittance complexe $\underline{T} = \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_E}$. Elle peut s'écrire :

$$\underline{T} = T_0 \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}}$$

4-1 Donnez les expressions de T_0 et de ω_C. Calculez T_0 si $r = 220\ \Omega$ et $R = 100\ k\Omega$.

4-2 Quelle est la valeur limite de T lorsque la pulsation ω tend vers zéro ?

5 Exprimez I_P en fonction de e_C, R_C, V_{AM}.

$r = 220\ \Omega$ $R = 100\ k\Omega$ $R_C = 33\ k\Omega$ $C = 270\ pF$

Compte tenu des données de l'introduction, montrez que la fréquence $f_C = \frac{\omega_C}{2\pi}$ peut s'écrire sous la forme

$$\boxed{f_C = a\, e_C + b}$$

Donnez les valeurs de a et de b ; sachant que e_C varie de –5 V à +5 V, montrez que les valeurs extrêmes de f_C sont voisines de 6,5 kHz et 14 kHz.

6 Pour $e_C = -5{,}0$ V, C = 2,7 nF on prend $f_C = 650$ Hz

Si la condition "f très supérieure à f_C" est réalisée, on peut écrire $\underline{T} = (T_0 \cdot \omega_C)\frac{1}{j\omega} = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}}$. Il en résulte que $j\omega\underline{V_S} = (T_0\omega_C)\underline{V_E}$.

On rappelle que si $\underline{V_S}$ est associé à $v_s(t)$, alors $j\omega\underline{V_S}$ est associé à $\frac{dv_S}{dt}$.

6.1 Lorsque la condition précédente est réalisée, quelle est la fonction réalisée par le montage de la figure 2 ?

6.2 On applique à l'entrée du filtre un signal carré périodique, de valeur moyenne nulle, de fréquence $f_E = 6{,}5$ kHz.

Sachant que les harmoniques de rang pair ont une amplitude nulle pour ce signal, quelles sont les fréquences des 5 premières composantes sinusoïdales non nulles de $v_E(t)$?
La condition "f très supérieure à f_C" est-elle réalisée pour chaque harmonique ? Quelle est alors la forme d'onde de $v_S(t)$?

7 C est désormais la somme : de la capacité C_c d'un condensateur placé entre S et M et d'une capacité parasite C_p éventuelle: $C=C_c+C_p$

$$C_c = 270 \text{ pF} \qquad \underline{T} = T_0 \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_C}} \qquad f_C = \frac{g}{2\pi T_0 C}$$ (ν, R et R_C inchangées)

7.1 On visualise $v_s(t)$ sur l'écran de l'oscilloscope.

7.1.1 On n'utilise pas de sonde compensée en fréquence. On considère que l'impédance d'entrée de l'ensemble $\{\text{cable coaxial, oscilloscope}\}$ est purement capacitive de valeur 130 pF : $C_p = 130$ pF.
Lors d'une excursion en fréquence, quelle fréquence de coupure mesure-t-on pour le filtre si $e_C = 0$ et si l'oscilloscope est branché entre S et M ?

7.1.2 On utilise une sonde compensée en fréquence et l'impédance d'entrée de l'ensemble $\{\text{sonde, oscilloscope}\}$ est purement résistive de résistance très grande par rapport à $\dfrac{1}{C_c\omega}$.

Pour $e_C = 0$, lors d'une excursion en fréquence, quelle fréquence de coupure mesure-t-on?

7.2

7.2.1 Donnez l'expression du rapport des valeurs efficaces de $v_s(t)$ et de $v_E(t)$ en fonction de T_o, ω, ω_C.

7.2.2 Exprimez $\tan\theta$ en fonction de ω et de ω_C si θ = phase $v_s(t)$ – phase $v_E(t)$.

7.2.3 Calculez la valeur de $|\underline{T}|$ pour $\omega = \omega_C$.

7.2.4 Pour cette question on utilisera le théorème de superposition :

On applique à l'entrée du filtre une ddp v_E qui, exprimée en volts, s'écrit

$$v_E = 10 + 10\sqrt{2}\ \sin(\omega_C t).$$

En sortie du filtre on place un voltmètre entre S et M :

- qu'indiquerait un voltmètre RMS (AC + DC) ?
- qu'indiquerait un voltmètre RMS (AC) ?

II Réalisation d'un oscillateur sinusoïdal modulable en fréquence par I_P.

1 L'oscillateur a la structure indiquée sur la figure 3.

On suppose que l'oscillation existe, est sinusoïdale de fréquence f_0, de pulsation $\omega_0 = 2\,\pi\, f_0$.

1.1 Quelle relation existe-t-il entre $\underline{A(\omega_0)}$ et $\underline{B(\omega_0)}$?

1.2 Donnez la relation liant $\left|\underline{A(\omega_0)}\right|$ et $\left|\underline{B(\omega_0)}\right|$.

1.3 Donnez la relation la plus générale liant Arg $\underline{A(\omega_0)}$ et Arg $\underline{B(\omega_0)}$.

2 Réalisation du bloc de transmittance $\underline{B}$: (voir figure 4, page 8).

Il est construit à l'aide de trois filtres du premier ordre de transmittance complexe :

$$\underline{T} = T_0 \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_C}} = T_0\, \underline{T}_1 \qquad (T_0 \text{ réel positif})$$

2.1 Donnez l'expression de $\underline{B} = \dfrac{\underline{V}_S}{\underline{V}}$ en fonction de T_0 et de $\underline{T}_1$ sachant que :

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{T_0}$$

2.2 On pose $\theta_1 = \text{Arg}\,\underline{T}_1$ et $T_1 = |\underline{T}_1|$.

Exprimez Arg $\underline{B}$ en fonction de θ_1 et $|\underline{B}|$ en fonction de T_0 et de T_1.

3 Réalisation du bloc de transmittance $\underline{A}$ (voir figure 5).

3.1 Donnez l'expression de $\underline{U}_D$ en fonction de $\underline{V}_E$, ν', R'.

3.2 Exprimez $\underline{V}$ en fonction de $\underline{I}_S$ et de R_L.

3.3 En déduire l'expression de $\underline{A} = \dfrac{\underline{V}}{\underline{V}_E}$ compte tenu du (1) de l'introduction.

Par la suite on posera Arg $\underline{A} = \pi$ et $A = |\underline{A}|$.

4 Expression de la fréquence d'oscillation $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$

On suppose le système bouclé et oscillant sinusoïdalement à la **fréquence f_0** :

4.1 En utilisant les relations des questions 1.2, 1.3, 2.1 et 3.3, établir une relation entre A, T_0, T_1.

Calculez la valeur de θ_1 sachant que celle-ci est comprise entre 0 et $-\dfrac{\pi}{2}$.

4.2 Sachant que $\tan\theta_1 = -\sqrt{3}$, en déduire la valeur du rapport $\dfrac{f_0}{f_C}$.

4.3 Calculez T_1. Calculez A si $T_0 = 455$.

4.4 Sachant que $f_C = \dfrac{g}{2\pi T_0 C}$ montrez que f_0 est une fonction affine de e_C.

Calculez les limites de f_0 lorsque e_C varie entre −10 V et +10 V :

$C = 270$ pF $\qquad T_0 = 455 \qquad R_C = 33\ k\Omega$

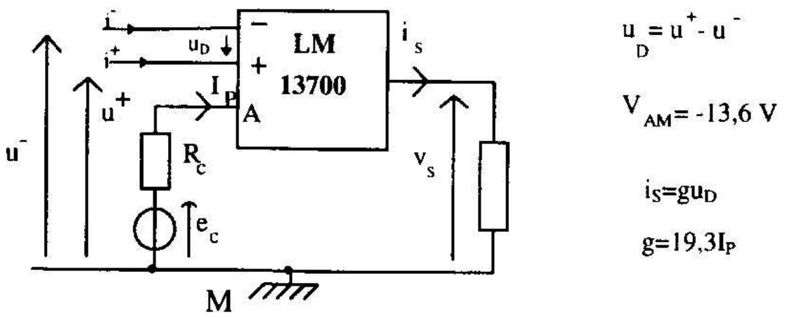


Figure 1

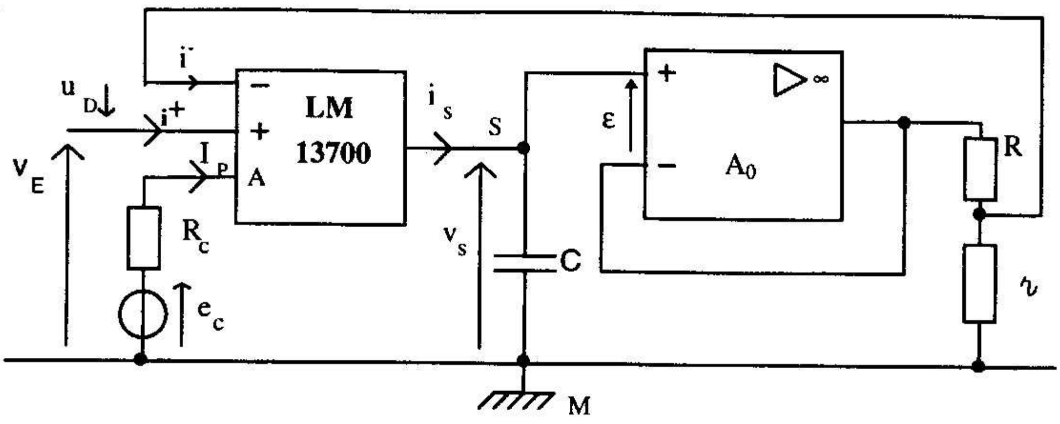


Figure 2

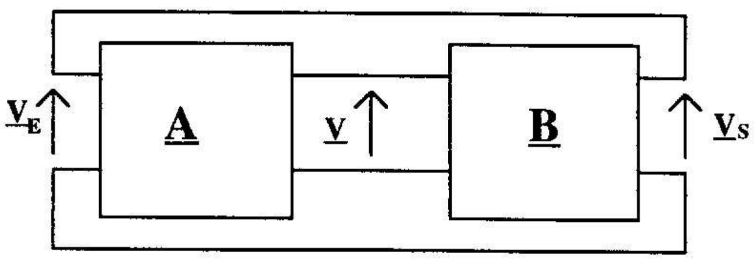
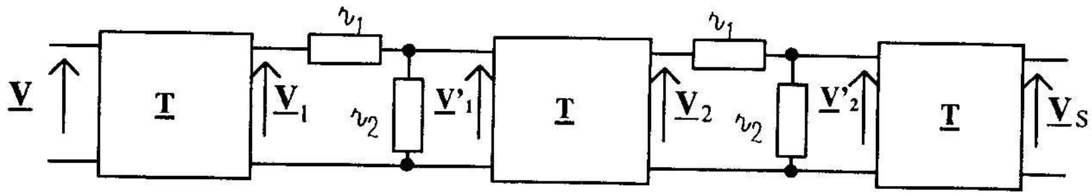


Figure 3



$$\frac{r_2}{r_2 + r_1} = \frac{1}{T_0}$$

Figure 4

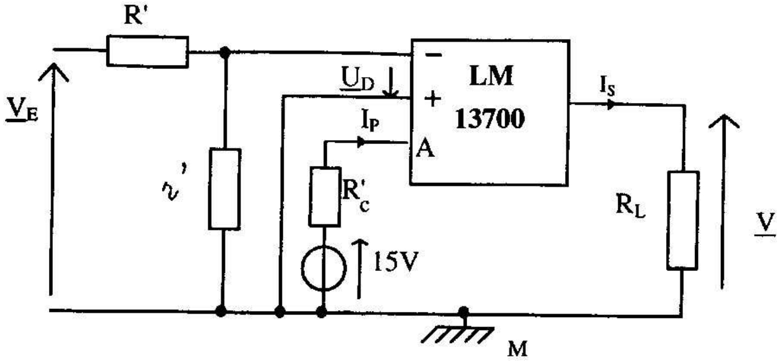


Figure 5